مراحل تطور الرياضيات

على الرغم من ان الحضارات القديمة مثل الفرعونية والكونفوشية والبابلية والآشورية والماوية عرفت الرياضيات إلا ان الفضل الاول لتنظير الرياضيات يعود إلى الأغريق

المرحلة الأولى

تمتد من ٢٥٠٠ سنة قبل الميلاد إلى اواسط القرن السادس عشر الميلادي، وتشكلت في هذه المرحلة المفاهيم الاساسية للحساب والجيومتري التي وصلت إلى مستوى عال من التجريد وخاصة في أعمال ارخميدس وأقليدس[1] التي عالجت المقادير الثابتة والإنشاءات الجيومترية

المرحلة الثانية

تبدأ من منتصف القرن السادس عشر إلى منتصف القرن التاسع عشر بكشف ديكارت للتحليل الجيومتري وجملة الإحداثيات والمقادير المتحولة وتطورت بشكل كبير مفاهيم الدوال.

المرحلة الثالثة

تبدأ من ستينيات القرن التاسع عشر وتمتد حتى الثلاثينيات من القرن العشرين، وتتجلى في هذه المرحلة عظمة نظرية المجموعات والمنطق الرياضي.

المرحلة الرابعة

وهي المرحلة المعاصرة وقد تجاوزت السبعين عاما، وبدأت بظهور الآلات الحاسبة التي أعطت للرياضيات ميزة خاصة، وتطور الجبر المجرد والتبولوجيا الرياضية والمنطق الرياضي بشكل كبير. وأقتربت العلاقة بين الرياضيات النظرية والرياضيات التطبيقية وتسمى ايضا بمرحلة المحاسبة والحوسبةوالاحصاء ونظرية الاحتمالات.

أهم أقسام الرياضيات في الوقت الحاضر

المنطق وأساس الرياضيات	نظرية المجموعات	نظرية الأعداد	النظرية الجبرية للأعداد
الحلقات التجميعية والجبر	نظريات الحقول	الهندسة التحليلية	التحويلات الهندسية
نظرية الزمر	نظرية القياس	التوابع الحقيقية	الحلقات التوزيعية والجبر
التوابع العقدية	نظرية القدرة	التوابع الخاصة	معادلات تفاضلية
معادلات تفاضلية جزئية	تحويلات فوربية	عمليات التكامل	التحليلي التابعي
أنظمة العد	المتباينات الهندسية	الهندسة التفاضلية	الزمر التبولوجية وزمرة لاي
نظرية الاحتمالات	نظرية التنبؤ	التبولوجيا العامة	الجبر البولي

[1] ولد أقليدس عام ٣٣٠ ومات عام ٢٧٥ قبل الميلاد

بعض هذه الموضوعات يبلغ من العمر آلاف السنين وبعضها ١٠٠ سنة وبعضها ٥٠ سنة وبعضها ٣٠ سنة ولا يزال التطور مستمرا. وعالم الرياضيات يعمل في مجال معين من المجالات السابقة وبعض المجالات الأخرى القريبه منه وغالبا يعرف القليل عن المجالات الأخرى. وما يجمع كل هذه الموضوعات هو المنطق والخصائص البنائية للمجموعات. وفيما يلي بعض التفاصيل الفلسفية والمنطقية لثلاثة فروع اساسية في عالم الرياضيات وهي الحساب والجيومتري والجبروكيف تطورت وكذلك بعض من المصادرات*[٢] Postulates التي استنتجها العلماء في كل فرع.

الفرع الأول الحساب

أولاً:الاعداد الطبيعية

عرف الانسان الاعداد الطبيعية منذ أكثر من ألفي عام وكل انسان يعرف الاعداد الطبيعية حتى إن لم يكن متعلما. وأول من وضع مصادرات لخصائص الاعداد الطبيعية هم فلاسفة الاغريق القدماء وأول هذه المصادرات هو تقسيم الاعداد الطبيعية إلى أعداد فردية وأعداد زوجية.

ونعبر عن مجموعة الاعداد الزوجية كالتالي$\{2n:n\in N\}$

ونعبر عن مجموعة الاعداد الفردية كالتالي$\{2n+1:n \in N\}$

حيث **n** رمز "لأي عدد طبيعي" و **N** رمز "لمجموعة الاعداد الطبيعية" و **:** رمز لـ "حيث أن" و $\in$ رمز لـ "تنتمي إلى"

أمثلة من المصادرات:

مثال :١

إذا أضفنا ١ لأي عدد زوجي نحصل على عدد فردي

إذا طرحنا ١ من أي عدد زوجي نحصل على عدد فردي

استنتج مصادرة اخرى على نفس المنوال

[٢]المصادرة تشمل المسلمات والفرضيات والمبادىء وكلها متطابقة المعنى في عالم الرياضيات

مثال :٢

مجموع الاعداد الفردية المتتالية تساوي دائما مربع عدد طبيعي

١+٣ = ٤ = $٢^{٢}$

١+٣+٥ = ٩ = $٣^{٢}$

١+٣+٥+٧ = ١٦ = $٤^{٢}$

١	٢	٣	٤	٥	٦		
٢	٤	٦	٨	١٠	١٢		
٣	٦	٩	١٢	١٥	١٨		
٤	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤		
٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠		

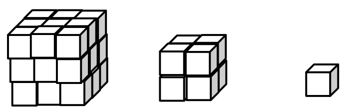
لاحظ ان الاعداد المظللة في القطر = مربعات الاعداد الطبيعية المتتالية

استنتج مصادرة اخرى على نفس المنوال

إذا أخذنا عددين متتاليين على القطر مثل ١ و ٤ وحددنا مربع صغيرعلى القطر كما هو موضح باللون الاصفر فإن حاصل جمع الاعداد الاربعة في هذا المربع الصغير = مربع عدد طبيعي(١+٢+٢+٤=٩=$٣^{٢}$)

مثال :٣

مكعبات الاعداد الطبيعية تمثل مكعبات جيومترية



$١^{٣}$ $٢^{٣}$ $٣^{٣}$

استنتج مصادرة اخرى على نفس المنوال

مضاعفات العدد

مثال : ٤

العدد المثالي Ideal number هو كل عدد طبيعي يساوي مجموع قواسمه الحقيقية

العدد ٦ هو عدد مثالي (١،٢،٣ هي القواسم الحقيقية للعدد ٦ ومجموعهم = ٦)

العدد ٢٨ هو عدد مثالي (١،١٤،٧،٤،٢ هي القواسم الحقيقية للعدد ٢٨ ومجموعهم = ٢٨)

العدد غير المثالي هو عدد مجموع قواسمه أكبر من العدد نفسه (١٢) أو مجموع قواسمه أصغر من العدد نفسه (٨)

استنتج مصادرة اخرى على نفس المنوال

مثال: ٥

الاعداد المتحابة Social numbers

إذا كان مجموع قواسم العدد X يساوي العدد Y ومجموع قواسم العدد Yيساوي العدد X (٢٢٠ –٢٨٤)

استنتج مصادرة اخرى على نفس المنوال

- العدد الفردي لا يمكن ان يكون عدد مثالي (صح) (خطأ)
- لا يوجد قاعدة عامة لإيجاد كل الاعداد المثالية (صح) (خطأ)
- الاعداد المثالية مجموعة لا نهائية(صح) (خطأ)
- اكتب برنامج كمبيوتر لإيجاد الاعداد المثالية حتى مليون
- عالم الرياضيات أويلر(١٧٠٧-١٧٨٣) اكتشف حل جزئي للمشكلة ٢^{n}-١(٢^{n}-١) حيث n عدد أولي

الاعداد الفردية لا يمكن ان تكون اعداد مثالية (برهن على صحة هذه القضية)

مثال : ٦

العدد الأولي Prime number هو كل عدد طبيعي يقبل القسمة على ١ وعلى نفسه فقط أي ليس له قواسم

والعدد غير الأولي هو أي عدد طبيعي له قواسم

- الصفر ليس عددا طبيعيا وهذه المصادرة يأخذ بها العديد من علماء الرياضيات
- العدد ١ لا يعتبر أولي ولا غير أولي فهو حالة خاصة
- العدد ٢ عدد أولي ولكنه حالة خاصة
- طريقة ايراتوسفين للحصول على الاعداد الأولية
  - (٢) ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩..........

    نحذف من هذه الاعداد مضاعفات العدد ٢ ويتبقى التالي
  - (٣) ٥ ٧ ٩ ١١ ١٣ ....

    نحذف من هذه الاعداد مضاعفات العدد ٣ ويتبقى التالي

▪ (٥) ٧ ١١ ١٣ ١٧ ١٩ ....

وهكذا نحصل على الاعداد الأولية التي هي (بدايات) النواتج

- مجموعة الاعداد الأولية هي مجموعة لا نهائية
- هل يمكن أن يكون مربع عدد طبيعي عددا أوليا؟
- طريقة فيرما[3] للحصول على بعض الخواص المتممة لبعض الزمر[4] من الاعداد الأولية

كل عدد أولي يمكن كتابته بالشكل ٤ n + ١ يساوي مجموع مربعي عددين طبيعيين (أنظر الجدول التالي)

قيمةn	٤ n+١	عدد أولي	مربعي العددين	مج مربعي العددين الطبيعيين
١	٤×١+١	٥	١+٤	$١^٢+٢^٢$
٣	٤×٣+١	١٣	٩+٤	$٣^٢ + ٢^٢$
٤	٤×٤+١	١٧	١+١٦	$١^٢+٤^٢$
٧	٤×٧+١	٢٩	٤+٢٥	$٢^٢+٥^٢$

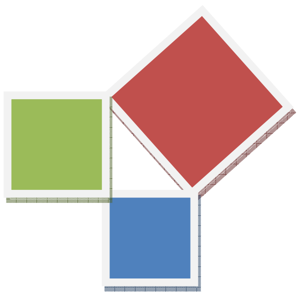
هل يمكن الحصول على عدد أولي من الشكل n^2+1 ؟ جرب هذا الشكل من ١ إلى ٥

مثال: ٦

نظرية فيرما الكبرى تقوم على مصادرة ثلاثية فيثاغورس

كلنا نعرف مصادرة فيثاغورس الشهيرة عن المثلث القائم الزاوية وهي

مساحة المربع المنشأ على الوتر تساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على الضلعين القائمين إي ان مساحة المربع الاحمر تساوي مجموع مساحة المربعين الاخضر والازرق كما هو موضح بالشكل التالي



[3] Fermat P. (1601-1665) مؤسس نظرية الاعداد

[4] الزمرة هي مجموعة فرعية من مجموعة

وبالرمز نستطيع تمثيل ثلاثية فيثاغورس كالتالي:

الوتر Z

الضلعين القائمين X و Y

إذن $Z^2 = X^2 + Y^2$

وبالتالي نستطيع إيجاد الاعداد الطبيعية التي تحقق ثلاثية فيثاغورس وفقا للقاعدة التالية

أي عددين طبيعيين H و W حيث $H > W$ و $X= H^2-W^2$ و $Y=HW^2$ و $Z=H^2+W^2$

$X^2+Y^2=Z^2$	$Z= H^2+W^2$	$Y= HW^2$	$X= H^2-W^2$	W	H
$3^2+4^2=5^2$	5	4	3	1	2
$8^2+6^2=10^2$	10	6	8	1	3
$5^2+12^2=13^2$	13	12	5	2	3
$15^2+8^2=17^2$	17	8	15	1	4
$12^2+16^2=20^2$	20	16	12	2	4
$7^2+24^2=25^2$	25	24	7	3	4
$24^2+10^2=26^2$	26	10	24	1	5
				2	5
				...	...
				...	...

سؤال لعظماء فلاسفة الرياضيات

هل يمكن أن نضع ثلاثية على غرار ثلاثية فيثاغورس بقوة أعلى من 2 بحيث تحقق العلاقة $Z^3=X^3+Y^3$

هذا السؤال يدل على ان التفكير العلمي لا نهاية له

ثانيا:خواص الأعداد الطبيعية

فيما يلي بعض من خواص الاعداد الطبيعية التي أكتشفت خلال المائة عام الاخيرة والتي لم تكن معروفة لقدماء الأغريق، ولقد تمت هذه الاكتشافات عند تطبيق مصادرات نظرية المجموعات (وبالطبع مازالت أكثر الاكتشافات متعة قادمة).

خاصية اللانهائية Infinity ∞

بالطبع عرف ارشميدس وأفلاطون ان الأعداد الطبيعية لا نهاية لها، ولكن عالم اللانهايات عالم غير مألوف ولا يمكن ملاحظته ومع ذلك يجعلنا نصدق ما لا نراه بواسطة قواعد منطقية واستنتاجات عقلية.

مثال ٧

مجموعة الاعداد الطبيعية مجموعة لا نهائية

مجموعة الاعداد الزوجية هي مجموعة فرعية من مجموعة الاعداد الطبيعية وهي ايضا مجموعة لا نهائية

مجموعة الاعداد الفردية هي مجموعة فرعية من مجموعة الاعداد الطبيعية وهي ايضا مجموعة لا نهائية

والسؤال أي من هذه المجموعات عناصرها أكثر؟

والاجابة الطبيعية والتي تتوافق مع خبراتنا هي ان مجموعة الاعداد الطبيعية أكثر في عدد عناصرها لأن مجموعة الأعداد الزوجية جزء من الكل. وعند استخدام أحدى قواعد نظرية المجموعات وهي قاعدة **التقابل الثنائي بين مجموعتين** أي نقابل كل عدد طبيعي بعدد زوجي لنرى ما إذا كانت عناصر إحدى المجموعتين أكثر من الأخرى

1	2	3	4	5	6	7	8	9	…∞
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
2	4	6	8	10	12	14	16	18	…∞

إذن مجموعة الأعداد الزوجية لها نفس عدد عناصر مجموعة الأعداد الطبيعية، وكذلك مجموعة الأعداد الفردية لها نفس عدد عناصر مجموعة الأعداد الطبيعية. وهذا من غرائب عالم اللانهايات فهذه مجموعات متكافئة في عدد العناصر ولكن ليست متساوية.

أستنتج مجموعات جزئية أخرى

للمساعدة {مجموعة الاعداد الطبيعية التي تقبل القسمة على 5 }

استنتاج : تكون المجموعة لانهائية إذا كان بالامكان إيجاد تقابل ثنائي بينها وبين مجموعة تمثل جزء حقيقي منها

ثالثا: خواص العمليات الحسابية على الأعداد الطبيعية

- العمليات الحسابية هي الجمع والضرب والطرح والقسمة (الرفع ما هو إلا ضرب)
- عمليتي الجمع والضرب عمليتان مباشرتان وعمليتي الطرح والقسمة عمليتان معاكستان
- ناتج العملية المباشرة لا يخرج عن مجموعة الأعداد الطبيعية
- ناتج العملية المعاكسة من الممكن أن يخرج عن مجموعة الأعداد الطبيعية إلى مجموعة الأعداد الحقيقية Real Numbers (الأعداد الحقيقية هي مجموعة الأعداد ذات الكسور والأعداد السالبة)

- الخاصية التبديلية للجمع: إذا غيرنا أماكن حدي الجمع فإن الناتج لا يتغير (الناتج لا يتغير إذا قُرأت من اليمين أو من اليسار 4+6=6+4)
- الخاصية التجميعية للجمع والضرب: إذا غيرنا أماكن ثلاثة حدود بدون أقواس أو بأقواس فإن الناتج لا يتغير
  (3+8)+5=(5+8)+3 =3+8+5
  3*(6*5)=(5*3)*6=5*6*3
- إذا كانت X+Y=n إذن X≠n (وهذه الخاصية تؤيد أن الصفر ليس عددا طبيعيا وهذا قانون يأخذ به غالبية الرياضيون)
- إذا كان مجموع عددين يساوي مجموع عددين أخرين، وكان حدان في الطرفين متساويين عندئذ يكون الحدين الأخرين متساويين. X+6=Y+6 إذن X=Y
- حاصل ضرب إي عدد طبيعي بالعدد 1 هو العدد نفسه

استنتج خواص أخرى

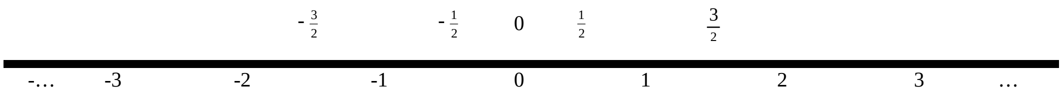
رابعا: خواص الصفر

- الصفر ليس عددا طبيعيا وليس عددا حقيقيا إنما بينهما
- ناتج جمع عددين متعاكسين هو الصفر دائما 0=(3-)+3
- الصفر هو رئيس المجموعة الخالية (Φ)=0
- الصفر عنصر محايد بالنسبة للجمع أي إذا جمعنا الصفر إلى إي عدد طبيعي يكون الناتج هو العدد الطبيعي نفسه 2=0+2
- الصفر عنصر ماحي يالنسبة للضرب أي إذا ضربنا الصفر بأي عدد يكون الناتج هو الصفر
- ممنوع منعا باتا تقسيم الصفر على أي عدد آخر
- يمكن تقسيم الصفر على أي عدد آخر

خامسا:خواص الطرح والقسمة والأعداد الحقيقية

- العدد الطبيعي قابل للقسمة على ٢ إذا كان زوجي
- العدد الطبيعي قابل للقسمة على ٣ إذا كان مجموع مفرداته قابل للقسمة على ٣
- العدد الطبيعي قابل للقسمة على ٤ إذا كان مجموع آحاده وعشراته قابل للقسمة على ٤
- العدد الطبيعي قابل للقسمة على ٦ إذا كان قابل للقسمة على ٢ و٣
- العدد الطبيعي قابل للقسمة على ٥ إذا كان آحاده صفر أو ٥
- العدد الطبيعي قابل للقسمة على ١٠ إذا كان آحاده صفر

- ناتج عملية الطرح قد يخرج عن مجموعة الأعداد الطبيعية ويعطينا أعداداً سالبة
- ناتج عملية القسمة قد يخرج عن مجموعة الأعداد الطبيعية ويعطينا كسوراً
- من الأعداد الطبيعية والصفر والأعداد السالبة والكسور يتكون لدينا مجموعة جديدة هي مجموعة الأعداد الحقيقية
- يمكن تمثيل مجموعة الأعداد الحقيقية على مستقيم كالتالي



- مجموعة الأعداد الحقيقية هي مجموعة لانهائية ومتراصة، لانهائية حيث لا نهاية لها في كل من الطرفين السالب والموجب، ومتراصة حيث ان عدد النقاط بين أي عددين على المستقيم لانهائي، وهذا يعني أنه بين أي عددين -مهما كانا متقاربين- يوجد عدد آخر.

هل عدد عناصر مجموعة الأعداد الحقيقية أكثر من عدد عناصر مجموعة الأعداد الطبيعية؟

سادسا: تطور نظم العد

فى النظام العشرى نستخدم مجموعة من عشرة رموز (0 9 8 7 6 5 4 3 2 1) لتمثيل قيمة العدد، وتعتمد قيمة العدد على الرموز المستخدمة لتمثيله وعلى موقعها فى التمثيل. فالعددان 32 و 23 مثلا مختلفان رغم احتوائهما على نفس االرمزين 2 و 3 ولكى تمثل قيمة عددية كبيرة فاننا نستخدم سلسلة من الرموز فى مواقع محددة كل من هذه المواقع له قيمة مكانية خاصة حسب الجدول التالى

10^5	......	10^3	10^2	10^1	10^0
......	......	1000	100	10	1

فالموقع الاول هو ما نطلق عليه موقع الآحاد وقيمتة المكانية = الاساس 10 مرفوعا للأس 0 اى يساوى 1
والموقع الثانى هو مانطلق عليه موقع العشرات وقيمتة المكانية = الاساس 10 مرفوعا للأس 1 أي يساوي 10 ....وهكذا

مثال:
لايجاد قيمة العدد 2415 في النظام العشري نضرب كل رمز في قيمته الموقعية ونجمع الناتج

1000	100	10	1	القيمة الموقعية
2	4	1	5	العدد

5 x 1 = 5
1 x 10 = 10
4 x 100 = 400

$2 \times 1000 = 2000$

$5 + 10 + 400 + 2000 = 2415$

وي

ويمكن الاسترشاد بهذة القواعد لاستنباط نظم عد اخرى اساسها ثنائى او ثلاثى او رباعى بدلا من الاساس العشرى.

نظام العد الثنائى

اذا اخترنا العدد 2 كأساس لنظام عد جديد واسترشدنا بالقواعد السابقة فاننا نستطيع استنباط نظام العد الثنائى كالآتي

١- اساس النظام = 2
٢- عدد الرموز التى يمكن استخدامها لتمثيل قيمة العدد هى (1 , 0) = 2
٣- اقصى قيمة يمكن استخدامها فى المكان الواحد = الاساس - 1 أي الرمز 1
٤- جدول القيم المكانية يتكون من الأساس 2 مرفوعا للأس 0 ثم الأس 1 ثم الأس 2 ....وهكذا حسب الجدول التالي

2^N	......	2^3	2^2	2^1	2^0
....	....	8	4	2	1

ولتحديد قيمة عدد ممثلا بنظام العد الثنائي تقوم بضرب كل رمز فى قيمته المكانية ثم جمع الناتج

مثال:
العدد 1001 في نظام العد الثنائي يمكن إيجاد قيمته العددية بالنظام العشري على الوجه التالي:

....وهكذا	16	8	4	2	1	القيمة المكانية
		1	0	0	1	العدد

$1 \times 1 = 1$
$0 \times 2 = 0$
$0 \times 4 = 0$
$1 \times 8 = 8$

$1 + 0 + 0 + 8 = 9$

أي ان العدد 1001_2 الثنائي يساوي العدد 9_{10} العشري. وهنا تجدر الأشارة إلى أن الرمز الصغير الموضح على يمين العدد يعبر عن النظام الحسابي كما هو موضح في الشكل التالي

تعبر عن النظام الثنائي　　　　تعبر عن النظام العشري

صمم جدول القيم المكانية لنظام العد الثماني Octal، وجدول القيم المكانية لنظام العد الستعشري Hexadecimal الامثلة السابقة تمثل جولة قصيرة في تاريخ نظرية الاعداد، والاكتشافات التي ستتم في المستقبل سوف تفوق التي تمت حتى الآن (بفضل التفكير العلمي والحاسبات الآلية)

الفرع الثاني: الجيومتري

الجيومتري هو علم استنتاجي لقياس مساحات الاشكال، يقوم على عدد محدد من المسلمات الاساسية التي تمكننا من الوصول إلى النتائج بالتدريج.

وأول من لاحظ أهمية المسلمات في العلم هو أرسطو[5] حيث وجد في كل مجالات العلوم قضايا واضحة لدرجة أنها لا تتطلب أي برهان. وأقليدس هو أول من أنشأ المسلمات في علم الجيومتري ووضع الكثير من النتائج المعروفة حتى وقتنا الحاضر.

وّيدرس علم الجيومتري الأقليدي في السنوات الأولى من المرحلة الأبتدائية، ونتعلم المستقيم والمربع والمستطيل والمثلث ...إلخ، ولكننا لا نفكر في كيفية بناء هذا العلم.

بدأ أقليدس بتعريف النقطة ثم المستقيم (الضلع) ثم الزاوية ثم الاشكال المركبة من مستقيمات متقاطعة مثل المربع والمستطيل والمثلث...إلخ.

وفيما يلي بعض من المصادرات في علم الجيومتري الأقليدي

- المربع يتكون من أربعة أضلاع متساوية متقاطعة تشكل أربعة زوايا قائمة
- المستطيل يتكون من أربعة أضلاع متقاطعة بحيث كل ضلعين متقابلين متساويين وتشكل أربعة زوايا قائمة
- المثلث يتكون من ثلاثة أضلاع متقاطعة بحيث تشكل ثلاث زوايا مجموعهم ١٨٠ درجة
- لحساب مساحة المربع نضرب الضلع في نفسه
- لحساب مساحة المستطيل نضرب ضلعين مختلفين في بعضهما
- لحساب مساحة المثلث نضرب ضلع القاعدة في ارتفاع المثلث في 0.5 (لاحظ أن المثلث هو نصف المربع أو نصف المستطيل)
- إذا كانت مساحة المربع معلومة نستطيع حساب طول الضلع
- إذا كانت مساحة المستطيل وطول أحد الأضلاع معلومة نستطيع حساب طول الضلع الآخر
- إذا كانت مساحة المثلث وأحد البعدين (القاعدة أو الأرتفاع) معلومة نستطيع حساب البعد الآخر
- المثلثات من حيث الأضلاع (متساوي الأضلاع equilateral – متساوي ضلعين isosceles – مختلف الأضلاع scalene
- المثلثات من حيث الزوايا (كل زواياه حادة acute – له زاوية واحدة قائمة right – له زاوية واحدة منفرجة obtuse)
- لحساب محيط المربع نضرب الضلع في ٤

[5] أرسطو ٢٨٤-٣٢٢ قبل الميلاد

استنتج حساب محيط المستطيل ومحيط المثلث

-
- الشكل الخماسي الأضلاع Pentagon (٥ أضلاع- ٥ زوايا – ٥ رؤوس - ؟ قطر - ؟خط تماثل)
- الشكل السداسي الأضلاع Hexagon (٦ أضلاع- ٦ زوايا – ٦ رؤوس - ؟ قطر - ؟خط تماثل)
- الشكل السباعي الأضلاع Heptagon(٧ أضلاع- ٧ زوايا – ٧ رؤوس - ١٤ قطر - ؟خط تماثل)
- الشكل الثماني الأضلاع Octagon(٨ أضلاع- ٨ زوايا – ٨ رؤوس - ٢٠ قطر - ؟خط تماثل)
- الشكل التساعي الأضلاع Nonagon(٩ أضلاع- ٥ زوايا – ٩ رؤوس - ٢٧ قطر - ؟خط تماثل)
- الشكل العشري الأضلاع Decagon(١٠ أضلاع- ١٠ زوايا – ١٠ رؤوس - ٣٧ قطر - ؟خط تماثل)
- يمكن أن يكون الشكل منتظم أي أضلاعه متساوية أو غير منتظم
- راجع ويكيبيديا لمعرفة طريقة رسم الأشكال – حساب المساحة – مجموع الزوايا... إلخ
- ما هو سبب أختيار النحل الشكل السداسي لبناء الخلية؟

Cube and Cuboid

They have:
6 faces = 2 bases + 4 lateral faces
12 edges or sides

In a Cube,

- ♦ all edges are equal
- ♦ all faces are equal
- ♦ When you have the sum of the edges, you can calculate the side length
  (Sum of edges ÷ 12 = side length)
- ♦ When you have the area of one face, you can calculate the side length
  (? X ? = area)
- ♦ When you have the perimeter of one face, you can calculate the side length
  (perimeter ÷ 4 = side length)
- ♦ When you have the side length , you can calculate all estimates of a cube
  sum of the edges = (side length X 12)
  area of one face = (side length X side length)
  area of all faces = (area of one face X 6)
  perimeter of one face = (side length X 4)

In a Cuboid,

- ♦ The 2 bases are equal
- ♦ The 4 lateral faces are equal
- ♦ The 2 bases can be squared but the 4 lateral faces can not
- ♦ The 4 lateral faces can be squared but the 2 bases can not